

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
(ΘΕΜΑΤΑ Α-Γ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Αποδείξτε (6x0.7m σε 93)

Ο αριθμός όμως αυτός είναι ίσος με μηδέν, αφού

$$\frac{(t_1 - \bar{x}) + (t_2 - \bar{x}) + \dots + (t_v - \bar{x})}{v} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_v}{v} - \frac{v\bar{x}}{v} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

A2

Γενικά μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

A3 α → ΛΑΘΟΣ

β → ΣΩΣΤΟ

γ → ΣΩΣΤΟ

δ → ΣΩΣΤΟ

ε → ΛΑΘΟΣ

A4 α → $(c)' = 0$

β → $(x^2)' = 2x$

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	f_i	$f_i \%$	N_i	$x_i \cdot v_i$
0	10	0,20	20	10	0
1	15	0,30	30	25	15
2	11	0,22	22	36	22
3	8	0,16	16	44	24
4	6	0,12	12	50	24
ΣΥΝΟΛΟ	50	1	100	-	85

B1 | $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = v \Leftrightarrow$

$$v_1 + 15 + 11 + 8 + 6 = 50 \Leftrightarrow$$

$$v_1 = 50 - 40$$

$$v_1 = 10$$

B2 | $\bar{x} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^5 x_i v_i = \frac{1}{50} \cdot 85 = \frac{170}{100} \Leftrightarrow \bar{x} = 1,7$

B3 | Αφού το $n \times 2$ είναι άρτιος αριθμός η διατεταγμένη ακολουθία με το κριτήριο στα δύο πεδία των παρατηρήσεων

$$\cdot \frac{v}{2} = \frac{50}{2} = 25^{\text{η}}$$

$$\cdot \frac{v}{2} + 1 = 25 + 1 = 26^{\text{η}}$$

Εποί. $\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \delta = 1,5$

B4) α) Το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται υπερωριακά το ποσό 3 ώρες είναι:

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% =$$

$$20 + 30 + 22 + 16 =$$

$$\underline{\underline{88\%}}$$

β) Έχω y_i οι νέες ώρες

$$y_i = x_i + 4, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

οπότε $\bar{y} = \bar{x} + 4 = 1,7 + 4 \Leftrightarrow$

$$\boxed{\bar{y} = 5,7}$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\text{Έχουμε } f(x) = -2x^3 + 6x^2 + \alpha, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Γ1)} \quad f'(x) = (-2x^3 + 6x^2 + \alpha)' = -6x^2 + 12x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow -6x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ή } x=2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	0	-
f	↘	↗	↘	

Για $x \in (-\infty, 0]$ η f είναι γν φθίνουσα

Για $x \in [0, 2]$ η f είναι γν αύξουσα

Για $x \in [2, +\infty)$ η f είναι γν φθίνουσα

Γ2) Έστω $x_1 = 0$ η f έχει τοπικό ελάχιστο στο $f(0) = \alpha$
 Έστω $x_2 = 2$ η f έχει τοπικό μέγιστο στο $f(2) = \alpha + 8$

$$\text{Αφού } \frac{f(0) + f(2)}{2} = -8 \Leftrightarrow \frac{\alpha + \alpha + 8}{2} = -8 \Leftrightarrow \frac{2\alpha + 8}{2} = -8 \Leftrightarrow$$

$$\alpha + 4 = -8 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = -12}$$

Γ3] Έστω ε $y = \lambda x + b$ η στίβωσα της εφαπτομένης

τότε ισχύει: $\lambda = f'(1) = -6 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\lambda = 6}$

Έστω ε : $y = 6x + b$

Από: $M(1, f(1)) \in \varepsilon$ ισχύει $f(1) = 6 \cdot 1 + b \Rightarrow -8 = 6 + b \Rightarrow \boxed{b = -14}$

Επομένως $\boxed{\varepsilon: y = 6x - 14}$

Γ4] Για $x \in [2, +\infty)$ έχω f γνησίως

έπε, για $x \geq 2 \Rightarrow f(x) \leq f(2) \Rightarrow -2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -4 \Rightarrow$

$-2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0 \stackrel{:(-2)}{\Rightarrow} x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$