Επιμέλεια: Ελένη Καστανά

Ενδεικτικές Απαντήσεις Θεμάτων στα Μαθηματικά Προσανατολισμού

για τις ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ 2026

Θέμα Α

Α1

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \frac{\nu_1}{\nu} + \frac{\nu_2}{\nu} + \cdots + \frac{\nu_k}{\nu} = \frac{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_k}{\nu} = \frac{\nu}{\nu} = 1$$

Α2

Διάμεσος (δ) ενός δείγματος ν-παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί κατά αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση όταν το ν είναι περιττός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το ν είναι άρτιος αριθμός.

Α3

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Α4

α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Σωστό

Θέμα Β

Δίνεται: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$.

Β1

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3, \quad x \in \mathbb{R}$$

Β2

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$$
$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	**Τ.Μ.**	$\searrow$	**Τ.Ε.**	$\nearrow$	

- **Τ.Μ. (τοπικό μέγιστο):** $f(-1) = \frac{8}{3}$
- **Τ.Ε. (τοπικό ελάχιστο):** $f(3) = -8$

Β3

Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(0, f(0))$ είναι:

$$y = f'(0) \cdot x + B, \quad \text{όπου } f'(0) = -3$$

Άρα: $(\varepsilon) : y = -3x + B$.
Το $A(0, f(0)) = A(0,1) \in (\varepsilon)$, οπότε: $1 = -3 \cdot 0 + B \Rightarrow B = 1$.
Άρα, η εξίσωση είναι η: $\quad y = -3x + 1$.

Β4

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \to -1}(x-3) = -4$$

Θέμα Γ

Αριθμός βιβλίων: 4, 5, 4, κ, 0, 3, 7

Γ1

$$\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4$$
$$\Leftrightarrow 23+\kappa = 4 \cdot 7 \Leftrightarrow \kappa = 28-23 \Leftrightarrow \kappa = 5$$

Γ2

Αύξουσα Σειρά: 0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

$$\delta = t_{\frac{\nu+1}{2}} = t_{\frac{8}{2}} = t_4 = 4$$

Γ3

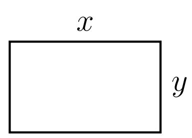
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x})^2 \cdot \nu_i}{\nu} = \frac{(0-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2\cdot 2+(5-4)^2\cdot 2+(7-4)^2}{7}$$
$$= \frac{16+1+0+2+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

Γ4

$$s^2 = 4 \Leftrightarrow s = \sqrt{4} \Leftrightarrow s = 2$$
$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \Leftrightarrow CV = \frac{2}{4} \Leftrightarrow CV = 0.5 > 0.1 \quad \textbf{Όχι Ομοιογενές!}$$

Θέμα Δ

$E = 100$ μ^2



Δ1

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι: $E = x \cdot y \Leftrightarrow x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$, όπου $x, y > 0$.
Η περίμετρος, ως συνάρτηση του x, είναι:

$$\Pi(x) = 2x + 2y \xrightarrow{y=\frac{100}{x}} \Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad (x>0)$$

Για το πεδίο ορισμού, πρέπει:

- $x > 0$
- $y > 0 \Leftrightarrow \frac{100}{x} > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Άρα $D_{\Pi} = (0, +\infty)$.

Δ2

$$\Pi'(x) = -\frac{200}{x^2} + 2, \quad x > 0$$

- $\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{200}{x^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = \frac{200}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow x^2 = 100 \xrightarrow{x>0} x = 10$
- $\Pi'(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{200}{x^2} + 2 > 0 \Leftrightarrow 2 > \frac{200}{x^2} \xrightarrow{x>0} 2x^2 > 200 \Leftrightarrow x^2 > 100 \xrightarrow{x>0} x > 10$
- $\Pi'(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{200}{x^2} + 2 < 0 \Leftrightarrow 2 < \frac{200}{x^2} \xrightarrow{x>0} 2x^2 < 200 \Leftrightarrow x^2 < 100 \xrightarrow{x>0} 0 < x < 10$

x $+\infty$	0		10	
$\Pi'(x)$		$-$	0	$+$
$\Pi(x)$		$\searrow$	**Ο.Ε.**	$\nearrow$

ΟΕ (ολικό ελάχιστο): $\Pi(10) = 40$.

Δ3

Για $x_1, x_2 \in (0, 10)$ με $x_1 < x_2 \xrightarrow{\Pi \searrow} \Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$.
Επίσης, $x_1 - x_2 < 0$.
Άρα, ισχύει: $A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$.

Δ4

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} &= \lim_{x\to 10} \frac{-\frac{200}{x^2} + 2}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x\to 10} \frac{\frac{-200+2x^2}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} \\
&= \lim_{x\to 10} \frac{(-200 + 2x^2)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 \cdot \left((\sqrt{10x})^2 - 10^2\right)} = \lim_{x\to 10} \frac{(-200 + 2x^2)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} \\
&= \lim_{x\to 10} \frac{2(x^2 - 10^2)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2 \cdot 10(x - 10)} = \lim_{x\to 10} \frac{2(x - 10)(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2(x - 10)} \\
&= \lim_{x\to 10} \frac{2(x + 10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2} = \frac{2(10 + 10)(\sqrt{100} + 10)}{10 \cdot 10^2} \\
&= \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{1000} = \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}
\end{aligned}$$